**Analisi 2**

**SFRUTTARRE LE SIMMETRIE PER AREE VOLUMI**

Volume di compreso tra funzione f(x) e g(x)

Area di una curva parametrica, se il verso al variare di t è antiorario bisogna mettere **–** davanti all’integrale

Area curva polare, bisogna capire come girano gli angoli, usare eq. Trigonomotriche

Lunghezza di un tratto di una funzione f(x)

Lunghezza di una curva parametrica

Lunghezza curva polare

**Pappo**

Xg e Yg sono le coordinate del baricentro della regione che voglio ruotare, [formule baricentro vedi foglio formule]

Le aree le calcolo normalmente con gli integrali. **PER IL CALCOLO DEI VOLUMI E BARICENTRO AIUTA MOLTO!!**

Pappo si definisce anche con con d distanza baricentro retta è possibile anche calcolare l’area della superfice del toro che si genera intorno alla funzione e la retta complanare ed essa che non l’attraversa:

**Note utili calcolo integrale [guardare bene la tabella, la maggior parte degli integrali sono già risolti lì,**

**se non vengono cose fattibili c’è qualcosa di sbagliato]**

**Integrazione per parti: cerco fattori comodi per integrare e derivare**

Equazioni differenziali

Forma base

* L’ordine è dato dalla derivata di grado massimo, hanno minimo n zeri
* si dice omogenea se si è nella forma g(t)=0
* è lineare se gli esponenti di y e delle derivate è 1
* coefficienti costanti se a,b…, che sono i coefficienti di y e delle derivate, sono numeri.

Eq. Diff a variabili separabili (esiste solo per il primo ordine) se:

* bisogna separare le variabili in modo da avere y e x separate
* integro entrambi i membri nota: , integrali indefiniti
* isolo y nella forma , la c va messa!!!!!, quando isolo i coefficienti che moltiplicano C, la trasformano in C1, non ho coeff. Che moltiplicano la C nella funzione finale

**Eq. Diff ordinaria del primo ordine**

=> y’ deve avere coefficiente 1, **dividere!**

**Eq. Diff di ordine 2 o superiore**

* Sostituisco a y(t) e derivate r
* Calcolo il polinomio r
* Valuto il
  + :
    - Nel caso < 0 le soluzioni sono complesse coniugate nella forma

Problemi di Cauchy sono date le condizioni, una volta trovata la soluzione generale. Effettuo eventuali derivate e sostituisco ed eguaglio i dati richiesti. Ciò mi permette di avere k1, k2, k3, …= a un numero.

**Eq. Diff lineari a coefficienti costanti non omogenee**

Sono eq. Diff nella forma con è una funzione

Risoluzione:

* Calcolo la parte omogenea (parte con le y(t) e le derivate, primo membro)
* Calcolo la parte particolare (parte g(t), secondo membro)
  + Uso il foglio delle Ansatz, in base alla g(t) cambia l’Ansatz, **attenzione ai numeri complessi quando si deve valutare l’appartenza allo spettro. 2i è diverso da 2**
  + Calcolo le derivate dell’Ansatz tante quante sono richieste nella parte omogenea: esempio se ho y’’+y’+y=g(t) allora calcolo:
    - derivata prima
    - derivata seconda
  + Sostituisco le derivate e la y nell’equazione di partenza
  + Calcolo i coefficienti b, b1, … raccogliendo e mettendo a sistema
* Sommo soluzione omogenea e soluzione particolare
* Se è Cauchy sostituisco i valori delle condizioni e trovo le costanti

**Esempi applicati**

Alcuni esercizi potrebbero essere diversi, ma la logica è in questi 3 casi, attenzione ai segni, in certi casi bisogna risolverle nuovamente le eq. diff.

**Decadimento radioattivo, coltura batteri:(variabili separabili, ordine 1)**

Le condizioni iniziali ci forniscono il valore di C, è la condizione iniziale e ci dice il numero iniziale di atomi.

**Legge di raffreddamento di Newton: (polinomio p e q, ordine 1)**

* **T(t):** temperatura oggetto al tempo t
* **Ta:** temperatura ambiente
* **T’(t):** rapidità di variazione della temperatura dell’oggetto

la parte di destra può variare in base al problema

**Barca (vale anche per il sistema meccanico con le molle): (omogenee e non omogenee, ordine > 1)**

m= massa, v= velocità iniziale, F= resistenza dell’acqua a t=0

y’’ e y’ indicano l’accelerazione

Paracadute ha la stessa struttura, ma la legge iniziale è: e quindi si ha una non omogenea da risolvere

**Lettura dei campi direzionali (Eq. Diff primo ordine)**

* Risolvo l’equazione differenziale data (sarà nella forma y’(t)=t-y(t))
* In base alle condizioni imposte dal problema calcolo la mia soluzione sostituendo e trovando C, **Quando cerco il dominio di una soluzione particolare, prendo solo la parte in cui si trova il valore "a" per cui y(a) = b, calcolare il dominio, posso aiutarmi calcolando gli asintoti orizzontali e verticali per capire l’andamento della funzione lim(y(t))**
* Sostituisco C e ricalcolo la funzione nel punto richiesto, calcolo anche la derivata prima in quel punto per conoscere l’inclinazione, posso valutare anche al variare delle incognite y’ ed eventualmente escludere dei campi direzionali, attenzione ad eventuali asintoti e al dominio.
* Disegno la funzione al variare di t

**Rappresentazione grafici:** se ho degli esponenziali sommati ad altre funzioni inizialmente avrò una funzione crescente/decrescente e poi la funzione sommata successivamente; se ho esponenziali per sinusoidi avrò una oscillazione smorzata, bisogna vedere la y’(0) se positiva o negativo.

**Funzioni a più variabili**

Sono funzioni nelle quali compaiono 2 o più variabili (x,y,z…), il dominio di una funzione a 2 variabili sarà un sottoinsieme di R2, infatti le soluzioni giacciono sul piano Oxy mentre per quelle a 3 variabili il dominio è un sottoinsieme di R3, piano Oxyz.

**Trovare il dominio**

* Prendo le funzioni che hanno dei valori esclusi come ln, radici, frazioni…
* Gli argomenti li pongo rispetto a 0 in base alla funzione
* Ottengo delle sotto funzioni, (rette, parabole, …)
* Le funzioni che ottengo daranno i valori esclusi dalla funzione generale **(disegnarle sul grafico)**
* L’output della funzione sarà sull’asse w

**Traccia di una funzione e curve di livello**

Per definire la traccia della funzione *f* poniamo z=k, così da avere un piano passante per k che taglia la funzione in k.

K sarà uguale alla funzione (k=*f*(x,y)).

La traccia zk proiettata su Oxy è una curva C di equazione f(x,y)=k, dove tutti i punt (x,y) di C hanno la medesima immagine k. La curva C è chiamata curva di livello di *f*.

**Tracciare le curve di livello**

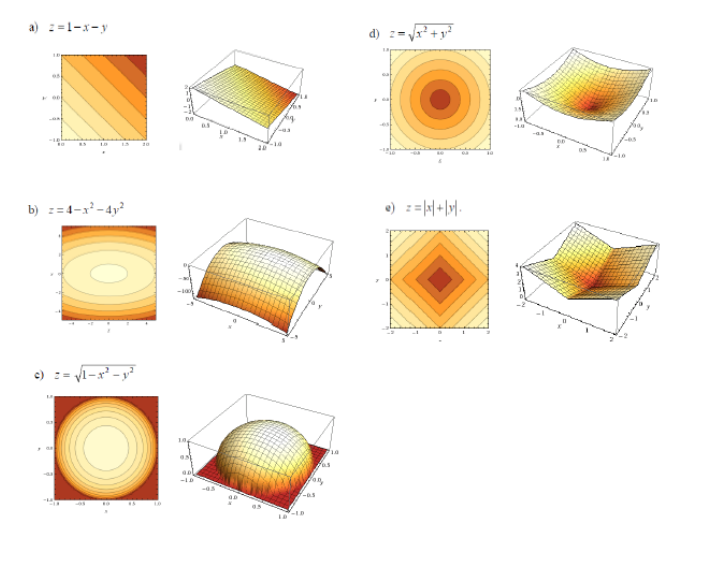
* Prendo dei valori k e pongo la mia funzione uguale a k -> k=f(x,y)
* Isolo y
* Disegno la funzione y=f(x)+k, se si ha una funzione del tipo y2+x2+… si hanno circonferenze, ellissi, allora pongo k a destra e avrò per esempio una circonferenza di raggio termine noto + k: esempio avrò delle circonferenze concentriche con centro (0,0).
* K esiste in base alla funzione che si ottiene, nell’esempio precedente il raggio sarebbe

, le curve di livello esisteranno per tutti i valori maggiori o uguali a -4, la funzione poi non è definita, in -4 si otterrà un punto.

Per trovare le intersezioni con gli assi pongo x=0 per intersezioni con Oyz; y=0 per intersezioni con Oxz

Se una funzione è definita in (x,y), ma non compare y nell’espressione, z non dipende da y. Es:

Le regole dei limiti sono le stesse delle funzioni a una variabile, quindi anche le condizioni di continuità.



**Punti critici e derivate parziali**

In una funzione a più variabili si può derivare in base a tutte le incognite esempio: esse sono dette derivate parziali e si deriva rispetto all’incognita a pedice, se vi sono più incognite bisogna derivare la prima incognita e il risultato rispetto alla seconda e così via.

Equazione piano tangente:

Retta normale al piano tangente = il vettore normale al piano, quindi, è pari

**Gradiente**:

se f(x,y) è derivabile nel punto (a,b), quindi gradiente diverso dal vettore nullo, allora è un vettore perpendicolare alla curva di livello che passa per (a,b)

**Derivata direzionale:** se f è derivabile del punto (a,b), e u è un vettore unitario (norma = 1), allora la derivata direzionale è definita da

Se viene dato il vettore bisogna calcolare il suo versore quindi dividerlo per la sua norma

Proprietà del gradiente

* In ogni punto (a,b), f(x,y) aumenta nel modo più rapido nella direzione del vettore gradiente . La rapidità di aumento massima da
* In ogni punto (a,b), f(x,y) diminuisce nel modo più rapido nella direzione del vettore gradiente . La rapidità di diminuzione massima è
* La rapidità di variazione di f(x,y) in (a,b) è nulla nella direzione tangente alla curva di livello di f che passa per (a,b)

**Massimi e minimi**

Valgono le stesse regole delle funzioni a una variabile.

Un punto è estremo locale o assoluto se e solo se (a,b) è:

* **Punto critico** di f, cioè un punto soddisfacente
* **Punto singolare** di f, cioè un punto in cui non esiste
* **Punto del contorno** del dominiodi f

**Matrice Hessiana(per massimi e minimi locali)**

4 casi:

1. Se det(H(a,b))>0 e allora f ha un valore minimo locale in (a,b)
2. Se det(H(a,b))>0 e allora f ha un valore massimo locale in (a,b)
3. Se det(H(a,b))<0 e allora f ha un punto di sella (a,b)
4. Se det(H(a,b))=0 non dà in informazioni utili

**Valori estremi di funzioni definite in domini ristretti**

* Disegnare la regione sul piano
* Calcolare le derivate parziali in x e y della funzione f(x,y)
* Mettere a sistema le 2 derivate ed eguagliare a 0, **risolvo una sola equazione e poi sostituiscono le soluzioni nell’altra** (I PUNTI AMMESSI SOLO NEL DOMINIO RICHIESTO)
* Controllo i bordi
  + Per ogni bordo (equazione delimitante) isolo x o y e la sostituisco nella funzione di partenza
  + Ora si ha una funzione in una sola variabile, per trovare i punti critici:
    - Derivo la funzione in una variabile
    - Eguaglio a 0 la derivata (SI PRENDONO LE COORDINATE CHE APPERTENGONO AL DOMINIO RICHIESTO)
    - Sostituisco la x o y trovata nell’incognita sostituita inizialmente per ottenere il punto
  + Metto in tabella i punti critici e valuto quale è il massimo e il minimo in modo da trovare massimi e minimi assoluti nella regione
  + **METTERE IN TABELLA ANCHE I VERTICI DEL DOMINIO (IMPORTANTE!!!!!!)**